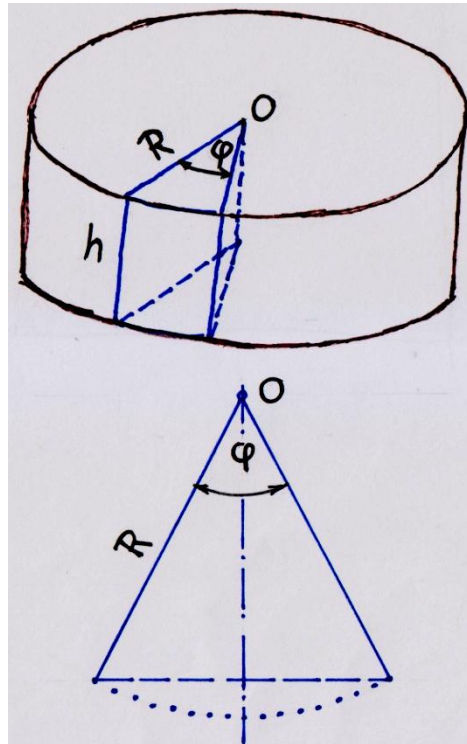


A határértékek már a spájzban vannak

Viccesnek szánt címünk nem csak utalás *A tizedes meg a többiek* című magyar filmre – ld. [1]! –, hanem – mint alább olvasható – akár szó szerint is vehető. Egy korábbi dolgozatunkban – melynek címe: *Tortaszelet felosztása három egyenlő részre* – már volt szó torta csonkításáról, ami gyerekeknél (?) nem annyira ritka jelenség. Most erről lesz szó. Ehhez tekintsük az 1. ábrát!



1. ábra

Itt egy R sugarú, h magasságú, φ középponti szögű tortaszeletet szemléltetünk. Az a terv, hogy megdézsmáljuk a felszeletelt tortát, úgy, hogy az ne keltsen nagy feltűnést. Ennek érdekében a felülnézeti körcikk alakú síkidomot átszabjuk háromszöggé, az 1. ábra szerint. Most azt vizsgáljuk meg, hogy milyen százalékos eltérést okozhat a dézsmálás. A mondott „vesztesszázalék” kifejezése:

$$\delta = \frac{V_{eredeti} - V_{csonka}}{V_{eredeti}} \cdot 100 (\%); \quad (1)$$

átalakításokkal:

$$\delta = \left(1 - \frac{V_{csonka}}{V_{eredeti}}\right) \cdot 100 (\%) = \left(1 - \frac{T_{csonka} \cdot h}{T_{eredeti} \cdot h}\right) \cdot 100 (\%) = \left(1 - \frac{T_{csonka}}{T_{eredeti}}\right) \cdot 100 (\%),$$

tehát:

$$\delta = \left(1 - \frac{T_{csonka}}{T_{eredeti}}\right) \cdot 100 (\%). \quad (2)$$

Az 1. ábra és ismert képletek szerint – [2] – :

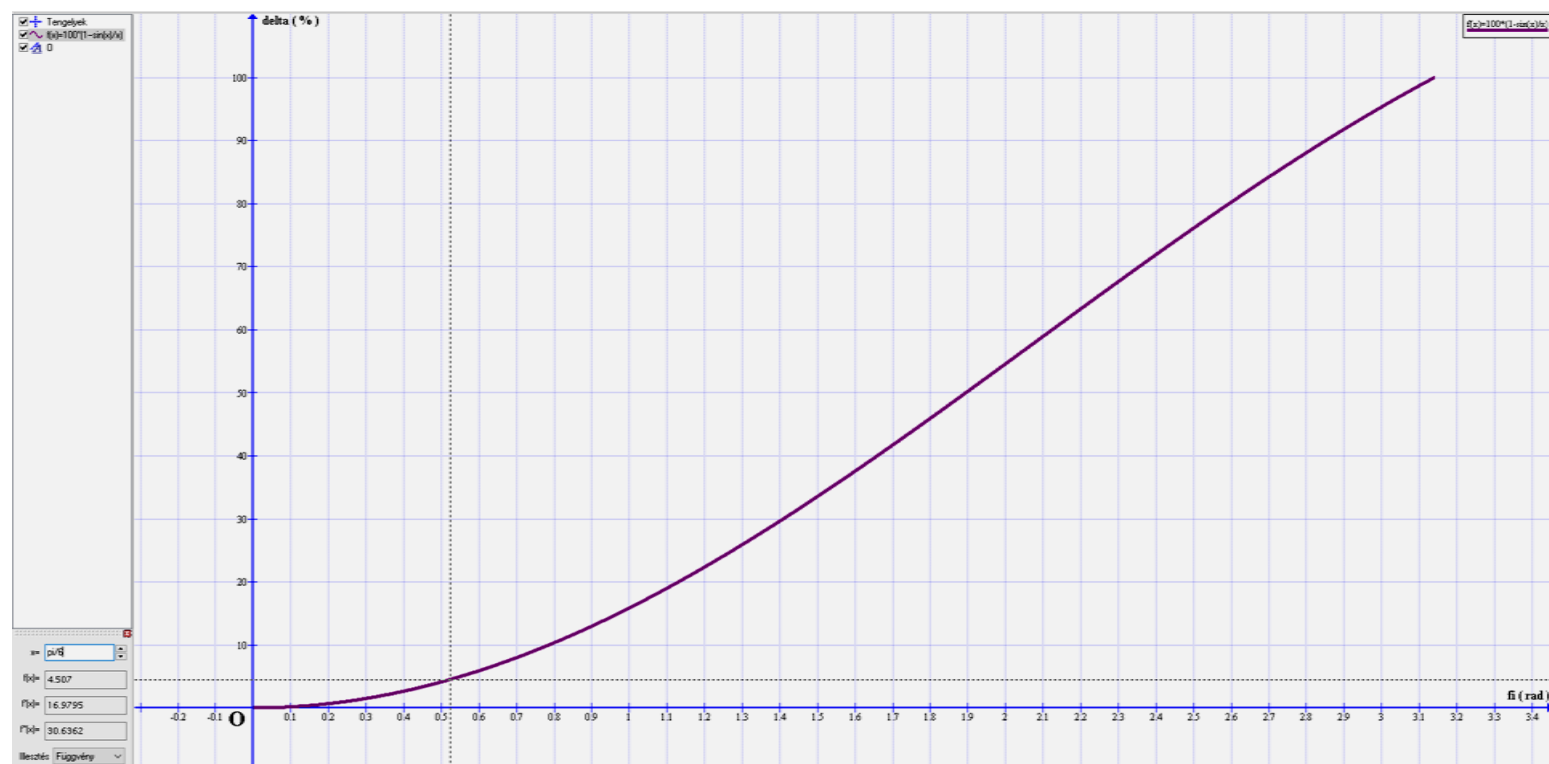
$$T_{eredeti} = \frac{R^2}{2} \cdot \varphi, \quad T_{csonka} = \frac{R^2}{2} \cdot \sin \varphi, \quad (3)$$

így (2) és (3) szerint:

$$\delta = \left(1 - \frac{\frac{R^2}{2} \sin \varphi}{\frac{R^2}{2} \cdot \varphi} \right) \cdot 100 (\%) = \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right) \cdot 100 (\%), \quad \text{tehát:}$$

$$\underline{\delta(\varphi) = \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right) \cdot 100 (\%)}. \quad (4)$$

A (4) képlet jobb oldala sokaknak ismerős lehet a határértékszámítási tanulmányaik kapcsán. Most ábrázoljuk a (4) függvényt – 2. ábra.



2. ábra

Erről leolvastuk, hogy egy **12** szeletre vágott torta esetében a $\pi / 6 (rad) = 30^\circ$ középponti szöghöz tartozó csonkolási veszteség mintegy **4,5 %**. Természetesen fennáll, hogy

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \delta(\varphi) = \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right) \cdot 100 (\%) = 0 (\%); \quad (5)$$

vagyis minél kisebb egy szelet középponti szöge, annál kisebb és kevésbé feltűnő a veszteség. Igaz, ezt matekozás nélkül is tudhatjuk. Legfeljebb nem ilyen pontosan.

Szóval a fő probléma az, hogyan érjük el, hogy a tortát sok, viszonylag kis középponti szögű szeletre vágják fel. Ezen még dolgozni kell!

Források:

[1] – https://hu.wikipedia.org/wiki/A_tizedes_meg_a_t%C3%B6bbiek

[2] – ***I. N. Bronstejn ~ K. A. Szemengyajev***: Matematikai zsebkönyv
2. kiadás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.

Összeállította: ***Galgóczi Gyula***
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2019. 11. 29.